

Descubre los números y su descomposición. Material manipulativo. Cartas para desarrollar el sentido numérico

Manipulative Materials for Discovering and Decomposing Numbers: Flashcards to Develop Number Sense

JOSÉ ANTONIO FERNÁNDEZ BRAVO

DOCTOR EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN. PROFESOR EN EL CES DON BOSCO

Resumen

Admitiendo que la técnica de contar es imprescindible, en este artículo se exponen argumentos para indicar que cuanto más tiempo permanezcan los niños en la técnica de conteo menos se favorece al desarrollo intelectual del sentido numérico. Se expresan los principios básicos para la adquisición del concepto de número sin necesidad de contar, y se describe un material manipulativo que consta de Cartas numéricas para: percibir, diferenciar y asociar cantidades de objetos, comprender los números hasta 10, el concepto de igualdad y equivalencia, la composición, la descomposición, y las operaciones de adición y sustracción. Estas cartas pueden incrementar la acción del lóbulo frontal y parietal del cerebro mejorando la actividad intelectual matemática. Estimulan la Emoción, la Creatividad, el Razonamiento y el Cálculo, como funciones necesarias para el posterior desarrollo del pensamiento numérico y matemático.

Palabras clave: número, didáctica, matemáticas, razonamiento, no contar, actividad cerebral.

Abstract

This paper gathers reasons to support that the longer students are exposed to the counting technique the better their number sense will be. The basic principles for the acquisition of the number sense without the need to count are outlined and a set of manipulative materials is presented. These are number flashcards to perceive, differentiate and associate groups of objects, understand numbers up to 10, the concepts of equality and equivalence, composition, decomposition, addition and subtraction. These flashcards might increase action both in the frontal and the parietal lobes, thus improving students' intellectual mathematical activity. Moreover, they stimulate emotion, creativity, reasoning and calculation, as they are the necessary functions for the further development of numerical and mathematical thought.

Keywords: numbers, didactics, Maths, reasoning, not counting, brain activity.

1. ARGUMENTOS LÓGICOS, CIENTÍFICOS Y PEDAGÓGICOS: CONTAR Y NO CONTAR

En qué medida aquello que consideramos error es en realidad un error. Brissiaud (1993) nos dice que «al inicio el niño tiene un grupo de elementos (2), añade 2 elementos, vuelve a contar desde el primer elemento, ya *que todavía no ha desarrollado el significado numérico*. Ejemplo: el niño cuenta 4 monedas, añade 2 monedas y vuelve a contar todo». Admito que los niños vuelven a contar todo cuando a un grupo de elementos añaden más elementos, pero no puedo admitir la causa que se escribe «ya que todavía no se ha desarrollado el significado numérico». No estoy de acuerdo con esta sentencia porque distintas investigaciones me han permitido observar que el niño reproduce lo que le hemos enseñado sobre contar.

Si contar es establecer una correspondencia biunívoca entre el sonido y los elementos, lo que hace el niño es correcto debido a que establece la correspondencia uno-uno necesaria para contar. No podemos afirmar que hacer bien lo que le hemos enseñado implique ausencia de algún sentido y significado numérico. Además, he observado que los niños saben que el último sonido pronunciado coincide con el cardinal y cuando tienen que sumar una cantidad de 3 elementos por ejemplo y otra de dos, empiezan desde tres porque ya saben que ahí hay tres y siguen señalando a los elementos del otro conjunto con las palabras: cinco y seis. Este hecho no es un dato significativo ni relevante para afirmar que ya tiene el niño el significado numérico porque haga eso, cuando lo único que aplica es algo que pertenece a la técnica de conteo.

Coincido con Oyarzun (2005) en que «la habilidad de contar ejerce una gran influencia en la adquisición de las primeras habilidades aritméticas». Sin embargo, las observaciones que he realizado siguiendo a niños con estudios verticales (desde infantil a 3^o-4^o de primaria, –de 5 a 9 años de edad–) me hacen discrepar rotundamente con Oyarzun (2005) cuando admite que «la habilidad de contar ejerce una gran influencia en el desarrollo de estructuras lógicas, y [constituye] una potente herramienta para la resolución de problemas verbales aritméticos de estructura aditiva». Tampoco comparto lo que Bermejo y Lago (1991) exponen cuando afirman que «Los procesos cognitivos implicados en el conteo *preparan* la adquisición de habilidades numéricas más complejas». Mi experiencia me permi-

te decir que no *preparan*, que en tanto no se salga o se prescinda del contar no hay desarrollo numérico.

Entre los tres y cinco años, el niño aprende difícilmente los cinco o seis primeros números, si se considera que el conocimiento puramente verbal de la serie de los números no corresponde a una verdadera adquisición. (Mialaret, 1967, p. 15).

Skemp (1980) escribe «Contar: un artificio para encontrar el número cardinal de cualquier conjunto dado, utilizando los nombres de números, en orden, como conjuntos estándar». Contar es simplemente contar. La habilidad que se desarrolla es la de contar. Se podrá ser más hábil contando, pero no por ello dejar de contar. Las estructuras lógicas que se desarrollan a través del contar se comportan en función de un procedimiento aprehendido, pero no desvelan la aplicación de relaciones y no permiten establecer inferencias que extiendan el avance matemático. Se enseñan procedimientos que permiten utilizar esa habilidad para llegar a determinados resultados numéricos. La pregunta es si conviene llegar a esos resultados o resolución de problemas mediante la técnica de conteo o utilizamos la técnica de conteo porque es lo único que tenemos.

Groen y Resnick (1977) son bastantes optimistas con la técnica de conteo y afirman que entre cuatro y cinco años los niños son capaces de inventar algoritmos de conteo. Estoy en total desacuerdo debido a que contar solo admite un algoritmo: el algoritmo de contar. Otra cosa muy distinta es que utilicen estrategias lógicas de resolución, llegando al resultado numérico mediante la técnica de contar. Pero hay que distinguir dos cosas: contar y razonar. Supongamos que el objetivo es pintar y el procedimiento varía. Puedo pintar de arriba abajo, en círculos, con brocha, con paño, etc. Hay entonces distintas maneras de cubrir de un color una superficie. Y esas maneras distintas no cambian en modo alguno la definición de pintar. Volviendo a ejemplos matemáticos podríamos decir que no se puede confundir la técnica utilizada con la estrategia pensada.

Gelman y Meck (1983) afirman que «los niños están dotados de forma innata con los principios del conteo, principios que les permiten contar de forma no verbal (utilizando etiquetas o representaciones no verbales)». Estas afirmaciones no coinciden con mis notas de las observaciones realizadas debido a que de forma natural los niños no recurren al conteo para expresar la can-

tividad de un grupo de objetos. Tampoco admiten los niños que a un elemento se le pueda llamar *dos* y a otro *tres*, siendo todos ellos «uno». Entonces para ellos las palabras cambian en función de la posición del elemento (que es lo único que varía entre las palabras: dos y tres), y no en función de la cantidad. Mis observaciones me impiden creer que el conteo sea innato en los niños. El conteo parte de algo que ya está ordenado (palabras que siguen el orden de los números naturales) y la ordenación de algo es posterior a la existencia de algo. Partimos de algo convencional, entonces ¿cómo se puede explicar la relación innatismo y convencionalismo?

Sí he observado que los niños retienen conjuntos de objetos diferenciándolos entre sí; así un conjunto de dos objetos y otro de tres objetos les ponen nombres diferentes y en verdad distinguen grupos de uno, dos, cuatro y tres elementos pero como agrupaciones independientes, y esto cambia según se presenten las cantidades colocadas, de forma simétrica o asimétrica; hay niños que distinguen una cantidad de cuatro elementos mejor que otra de tres, si la de cuatro se la coloca como dos y dos favoreciendo la percepción de la simetría (Fernández Bravo, 2012, pp. 239-241). Por esto coincido con Wynn (1998) cuando afirma que «los niños nacen con una habilidad para reconocer y distinguir entre uno, dos y tres, y que incluso pueden razonar sobre, y operar con, números muy pequeños (por ejemplo, reconocer que un objeto sumado a otro nos da dos y que dos menos uno es uno), todo esto antes de que desarrollen la competencia para contar verbalmente». ¿Por qué no investigar entonces el concepto de número desde las habilidades innatas sobre el sentido numérico que presentan los niños, para ver si nos lleva o no a la técnica de contar?

La mayoría de los niños comienzan su escolaridad a los cinco años siendo aparentemente capaces de llevar a cabo sumas y restas sencillas, siempre que tengan lugar en contextos que impliquen objetos, personas o acontecimientos específicos. En cambio, cuando se les plantean sumas y restas semejantes dentro de contextos en los que no existen referencias a objetos específicos, suelen mostrarse incapaces de contestar. (Hungens, 1987, p. 60).

¿Desarrolla la técnica de contar, más allá de lo que es contar, algún sentido matemático que permita alcanzar un significado numérico adecuado para el entendimiento y la comprensión de conceptos matemáticos posteriores? La técnica de contar no ejerce una influencia matemática positiva para la adquisi-

sición del concepto de número cardinal. Cuanto más tiempo utilice el niño la técnica de contar en las situaciones numéricas, más dificultad tendrá para desarrollar el pensamiento matemático.

Son muchos los autores que avalan la intención que he probado. Baroody (1994) no garantiza que, por el hecho de contar oralmente, el niño pueda dar una respuesta satisfactoria cuando se le presenta un conjunto de elementos y se le pregunta «¿cuántos...hay?» «La capacidad para contar de palabra y enumerar objetos, por sí misma, no implica necesariamente una comprensión del número bien desarrollada» (Baroody, 1988).

«A la pregunta de qué cosa es el número uno, o de qué denota el signo 1, se puede responder: pues una cosa. Y si se hace notar entonces que el enunciado –el número uno es una cosa– no es una definición, porque a un lado se halla el artículo determinado y al otro el indeterminado, y que tal enunciado solo expresa que el número uno pertenece a las cosas, pero no qué cosa es...» (Frege, 1972, p. 13). Para Kamii (1995, pp. 16, 27; 2005): «El número es una relación creada mentalmente por cada sujeto»; «es una estructura mental que se tarda mucho tiempo en construir». «El concepto de número es un concepto abstracto, que solamente existe en nuestra mente. El número no es un conjunto sino una cualidad del conjunto...» (Martínez, Bujanda y Velloso, 1981, p. 112). El número no es una realidad tangible, pues «no se repetirá jamás bastante que el número no es una cosa. Es una propiedad como el sonrosado de las mejillas o la oscuridad de la noche o la redondez de las curvas. Estas propiedades no son ni objetos reales ni sucesos» (Dienes y Holding, 1966, p. 32). «Se acostumbra a enseñar los nombres de los números, uno tras otro, recurriendo al contar, confundiendo constantemente los nombres de los números con los números mismos. Así resulta que el niño recita los números en lugar de construirlos» (Goutard, 1966, p. 114).

«Se hace necesario entender la diferencia entre recitar y comprender: Los niños comienzan a contar aproximadamente a los dos años, poseen una comprensión elemental de las cantidades y a los tres años son capaces de realizar algunas operaciones en las que hay que contar. Pero es muy diferente recitar los nombres de los números de ser capaz realmente de comprender su significado» (Piaget, citado por Wilson, 1969, p. 472). Para Mialaret (1967, pp. 14-15): «Lo que llamamos desarrollo de una noción matemática, no es más que el pasaje de una experiencia vivida o de un conocimiento verbal a un plano de

conciencia superior sobre el cual los datos dispersos, las adquisiciones más o menos intuitivas, se reagrupan y se estructuran progresivamente según las haga la lógica adulta... Entre los tres y cinco años, el niño aprende difícilmente los cinco o seis primeros números, si se considera que el conocimiento puramente verbal de la serie de los números no corresponde a una verdadera adquisición».

Starkey y Cooper (1980) fueron los primeros en demostrar que los niños de 6-7 meses de edad podían detectar cambios en el número de objetos presentados visualmente. Posteriormente, y como consecuencia, algunos autores, entre los que se encuentran Butterworth (1999) y Dehaene (1997), afirman que las personas nacemos con un módulo numérico que nos permite la comprensión de cantidades y sus interrelaciones, y que servirá de asiento al posterior desarrollo de capacidades matemáticas más complejas.

2. PRINCIPIOS, FASES Y PASOS PARA LA ADQUISICIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO CARDINAL SIN NECESIDAD DE CONTAR

Diferencio tres principios básicos para desarrollar el *pensar numérico* (Fernández Bravo, 2012, 2014):

- Principio de generación.
- Principio de asignación.
- Principio de relación.

Es necesario respetar el orden establecido en esta secuencia de principios, fases y pasos, tal y como se presenta para su ejecución.

2.1 Principio de generación

El elemento generador es el número uno (1), para llegar a esta idea aplicaremos los siguientes pasos:

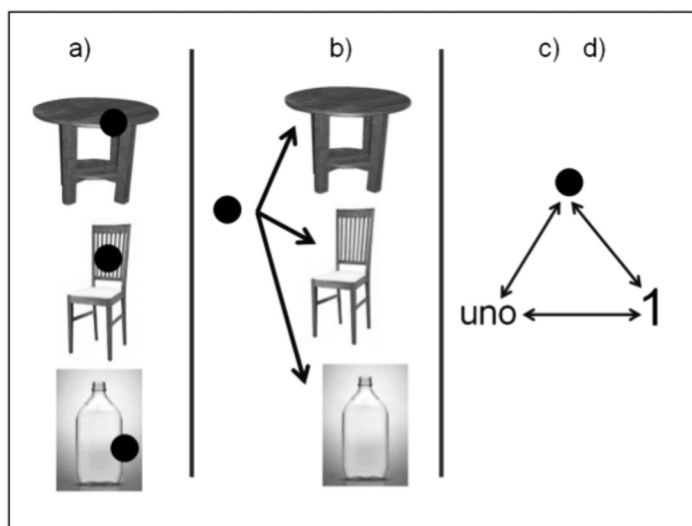
- a. Establecer una correspondencia biunívoca entre un elemento coordinable y distintos objetos. Hay que elegir un elemento con el que establecer correspondencias (por ejemplo: un círculo negro), al que llamaremos elemento coordinable. Se tienen varios de estos círculos

negros iguales. Cuando se establece una correspondencia entre un elemento coordinable y un objeto, se logra abstraer más la unicidad del objeto percibiendo este como un todo y no fijándose en sus partes. Se necesitan tantos elementos coordinables como objetos se hayan elegido.

- b.** El elemento coordinable como representante de una clase de equivalencia. Entender que el elemento coordinable puede representar a cualquier objeto, por lo que solo necesito uno, que irá cambiando para establecer la correspondencia con otro objeto cualquiera.
- c.** Asociar el elemento coordinable al dibujo (1) «uno»¹. Entender que (1) es el representante de todos aquellos objetos a los que quiera llamar «uno».
- d.** Asociar [«1» (uno)] a una cantidad correcta de elementos cualesquiera, y viceversa.

Figura 1. Asociación: cantidad, nombre y guarismo

Fuente: Fernández Bravo (2012).



¹ Esta palabra «uno» está en función del idioma: one; un; ein; um... Así como cualquier otro nombre numérico (dos, tres, cuatro...) estará en función del idioma correspondiente: two, three, four,...; zwei, drei, vier,...; etc.

2.2 Principio de asignación

Atribuir por definición una suma determinada a un número concreto. Se trata de reconocer un número como suma de otros dos. Se expresa una cantidad de elementos, en primer lugar, a partir de dos nombres numéricos. Después, se identificará con un solo nombre a esos dos nombres numéricos. Así, por ejemplo, la cantidad de seis elementos se reconocerá en primer lugar como tres y tres.

a. Asignación de $1+1$ a 2

- Asociar la expresión «uno y uno» a una cantidad correcta de elementos cualesquiera, y viceversa.
- Asociar la expresión «uno y uno» y la cantidad correcta de elementos, a la expresión matemática: « $1 + 1$ », que se lee «uno más uno».
- Asociar la expresión matemática « $1 + 1$ » (uno más uno), con el dibujo «2» (dos).
- Asociar [«2» (dos)] a una cantidad correcta de elementos cualesquiera, y viceversa.

b. Asignación de $2+2$ a 4

c. Asignación de $2+1$ a 3

d. Asignación de $3+3$ a 6

e. Asignación de $3+2$ a 5

- Asociar la expresión «tres y dos» a una cantidad correcta de elementos cualesquiera, y viceversa.
- Asociar la expresión «tres y dos» y la cantidad correcta de elementos, a la expresión matemática: « $3+2$ », que se lee «tres más dos».
- Asociar la expresión matemática « $3+2$ » (tres más dos), con el dibujo «5» (cinco).
- Asociar [«5» (cinco)] a una cantidad correcta de elementos cualesquiera, y viceversa.

f. Asignación de 4+4 a 8

- Asociar la expresión «cuatro y cuatro» a una cantidad correcta de elementos cualesquiera, y viceversa.
- Asociar la expresión «cuatro y cuatro» y la cantidad correcta de elementos, a la expresión matemática: «4+4», que se lee «cuatro más cuatro».
- Asociar la expresión matemática «4+4» (cuatro más cuatro), con el dibujo «8» (ocho)
- Asociar [«8» (ocho)] a una cantidad correcta de elementos cualesquiera, y viceversa.

g. Asignación de 4+3 a 7

h. Asignación de 5+5 a 10

i. Asignación de 5+4 a 9

Las sumas que hemos atribuido a un número son las que les resultan a los niños más fáciles de retener. Esta retención de asociación suma–número se ha estudiado en distintas investigaciones. A estas parejas de sumandos con las que se identifica un número las llamaré «parejas fundamentales». La *pareja fundamental* que identifica al número 5, tanto es –de manera indiferente– $3+2$, como $2+3$. La *pareja fundamental* del número 5 es la suma del número 2 con el número 3, sin que influya el orden. Del mismo modo hay que entender las *parejas fundamentales* de los otros números².

2.3 Principio de relación

Establecer relaciones entre las parejas fundamentales para encontrar otras sumas de un número, de dos o más sumandos.

² A partir de los cinco años los niños están preparados para reproducir con éxito la grafía de las formas numéricas y las expresiones matemáticas trabajadas. Antes de esto los niños deberían trabajar con tarjetas en las que estuvieran escritas estas expresiones. Es necesario que tengan muchas experiencias visuales y táctiles antes de reproducirlos. Sin embargo, no debe limitarse al niño, tenga la edad que tenga, que de forma libre y espontánea reproduzca esos dibujos.

Figura 2. Asociación número y pareja de sumandos equivalente

Fuente: Fernández Bravo (2012).

$1 \leftrightarrow 1$;	$2 \leftrightarrow 1+1$;
$4 \leftrightarrow 2+2$;	$3 \leftrightarrow 2+1$;
$6 \leftrightarrow 3+3$;	$5 \leftrightarrow 3+2$;
$8 \leftrightarrow 4+4$;	$7 \leftrightarrow 4+3$;
$10 \leftrightarrow 5+5$;	$9 \leftrightarrow 5+4$

Este principio de relación tiene cuatro fases:

a. Fase de composición-descomposición.

Encontrar todas las sumas de dos sumandos distintos que equivalgan a un número, sin utilizar el cero. En esta fase, se procede necesariamente de esta forma: se establecen relaciones a partir de las *parejas fundamentales* cambiando **siempre** un número por su *pareja fundamental* o una *pareja fundamental* por su número.

b. Fase de cardinalización.

Encontrar las sumas de un número cuyos sumandos son todos los números 1, y viceversa. Se establecen relaciones a partir de las *parejas fundamentales* cambiando **siempre** un número por su *pareja fundamental* o una *pareja fundamental* por su número.

c. Fase de ordenación.

Una vez hemos pasado por las fases de «composición-descomposición» y «cardinalización», podemos comparar números cardinales. Para saber si un número es mayor, menor o igual que otro establecemos una correspondencia elemento a elemento entre estos dos cardinales.

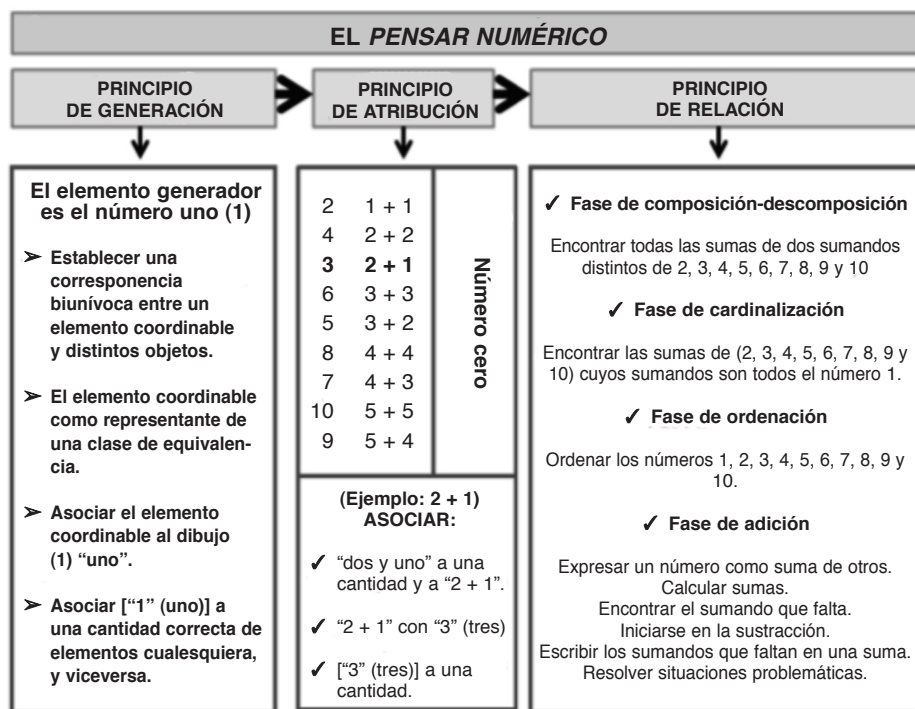
d. Fase de adición.

Si se han seguido con éxito las fases anteriores, en esta fase ya se está preparado para:

- expresar un número menor que diez como suma de otros,
- calcular sumas cuyo resultado sea menor que diez,
- encontrar el sumando que falta en una suma de dos sumandos,
- iniciarse en la sustracción como operación inversa de la adición,
- escribir los números que faltan en una suma de más de dos sumandos,
- resolver situaciones problemáticas sencillas de adición y sustracción.

Figura 3. Relación y secuenciación para el proceso de adquisición del concepto de número

Fuente: Fernández Bravo (2015).



3. MATERIAL MANIPULATIVO. CARTAS PARA DESARROLLAR EL SENTIDO NUMÉRICO

3.1 Descripción de las cartas

El material³ está compuesto por tres mazos de cartas, y cada mazo tiene las cartas número repetidas dos veces (dos sets por mazo).

Las dimensiones de las cartas se apoyan en investigaciones realizadas para la mejora de la percepción atendiendo, entre otras variables, al número áureo.

- **CARTAS HIERBA** (22 cartas. Dos sets del 0 al 10). Cada uno de los dos sets de estas cartas está formado por los números del 0 al 10, como única condición. Para trabajar con un set basta con tener las cartas del 0 al 10. Se identifican por el color VERDE. Por delante tienen el número con dibujo de hierba en la base –*carta número*– y, por detrás, la cantidad de puntos –*carta puntos*–, que corresponde al número, representados en dos columnas.

Estas representaciones se apoyan en investigaciones para mejorar la percepción de cantidad.

- **CARTAS LADRILLO** (20 cartas. Dos sets del 1 al 10). Cada uno de los dos sets de estas cartas está formado por los números del 1 al 10, como única condición. Se identifican por el color ROJO. Por delante tienen el número con una fila de ladrillos dibujados en la parte superior y dos filas en la parte inferior –*carta número*– y, por detrás, la suma que corresponde –*carta suma*–.

La disposición de estas sumas se apoya en investigaciones sobre la simetría del cerebro para la mejora del cálculo, y la optimización de recursos para la toma de decisiones inteligentes.

- **CARTAS AGUA** (20 cartas. Dos sets del 1 al 10). Cada uno de los dos sets de estas cartas está formado por los números del 1 al 10, como única condición. Se identifican por el color AZUL. Por delante tienen

3 Comercializado por AKROS (Referencia 30696) <https://akroseducational.es>

el número con un dibujo de agua en la base –*carta número*– y, por detrás, las sumas que corresponden –*carta sumas*–.

La expresión de estas sumas con dos sumandos, y solo dos, se apoya en investigaciones sobre los mecanismos cerebrales para el cálculo operacional.

3.2 Sistema de juego

- Juguemos, en primer lugar, con las Cartas Hierba. Después, con las Cartas Ladrillo en función de los números aprendidos con las cartas anteriores. Posteriormente, jugaremos con las Cartas Agua. Finalmente, podremos combinar como queramos los mazos de cartas.
- Leer las siguientes actividades para presentarlas respetando una secuenciación de menor a mayor dificultad; así, por ejemplo, realizarlas con: las tres primeras cartas; las cinco primeras; con las siete primeras; las cartas de números pares; las cartas de números impares; con todas las cartas del set; ... Todo ello sin nombrar el número / nombrándolo, sin nombrar la cantidad de puntos / nombrándola, ...
- Realizar todas las actividades siguientes favoreciendo la autocorrección.
- Crear juegos que hagan posible la realización de las actividades.
- COMO PRIMERA ACCIÓN, DEJAR SIEMPRE QUE LOS NIÑOS JUEGUEN LIBREMENTE.

3.2.1 Cartas de hierba

1. Emparejar las cartas con los mismos números (sin nombrarlos /nombrándolos).

Posible juego. Separar los dos sets y dejar los dos montones sobre la mesa con los números boca arriba. Se baraja cada montón por separado. Si el número de la primera carta de un set coincide con el número de la primera carta del otro set, se cogen las dos cartas y se guardan; si no coinciden, se quitan

del set. Se puede barajar tantas veces como se quiera hasta conseguir todas las parejas de números.

2. Emparejar las cartas con la misma cantidad de puntos (sin nombrarlos /nombrándolos).

3. Emparejar la carta de un número con la carta de su cantidad de puntos (y viceversa).

(Boca arriba se verá el número en una carta y sus puntos en otra. Se podrán autocorregir dando la vuelta a una cualquiera de ellas. Se puede jugar también poniendo encima de la carta del número otra carta con los puntos que corresponda).

Posible juego. Ponemos dos filas de cartas, por ejemplo, con los números del 1 al 5. En la fila de arriba ponemos los números y, en la fila de abajo, ponemos los puntos que se corresponden con esas cartas, pero desordenadas (no tiene que coincidir el número de arriba con los puntos de abajo, pero sí todas las de arriba tienen que tener abajo sus puntos). Se trata de jugar a «quitar lo mismo que yo quito». Si yo quito de arriba la carta del número 5 el niño tendrá que buscar abajo la carta de cinco puntos y quitarla.

Posible juego. Memory. Poniendo, al azar, once montones de dos cartas. Se juega a lograr emparejar las cartas correctamente mirando solo la carta de arriba de cada montón.

4. Asociar a la cantidad de puntos de una carta, tantos objetos como puntos haya (y viceversa).

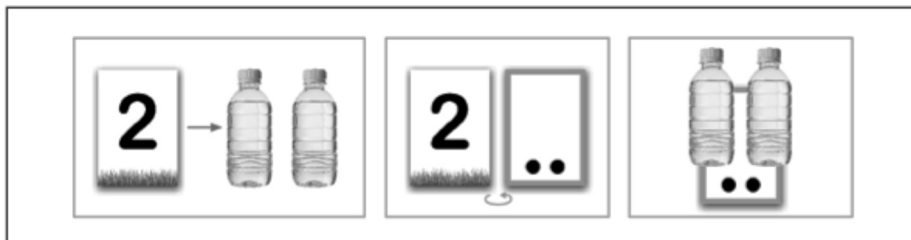
(Tráeme estas botellas –mostrando por ejemplo dos puntos–; diremos: punto-botella; punto-botella). Haremos esta actividad, en primer lugar, con los objetos tan cerca de la carta como –esa distancia– permita a los niños ver los puntos de la carta; y, en segundo lugar, tan lejos de la carta como –esa distancia– no permita a los niños ver los puntos de la carta.

5. Asociar al número de una carta, tantos objetos como represente (y viceversa).

(Tráeme estas botellas –mostrando por ejemplo la carta del número 2–. Se podrán autocorregir observando si hay tantos objetos como puntos se vean dando la vuelta al número.)

Figura 4. Asociación: cantidad y guarismo.

Fuente: AKROS (Guía del material. Referencia: 30696)



6. A partir de una carta en la que se muestran sus puntos los niños tendrán que mostrar los puntos de otra carta: que tenga más puntos; menos puntos.

Posible juego. Se toma un set de cartas que se coloca para que siempre se vean los puntos. Se baraja y se ponen todas en un montón. Se coge la primera carta y se pone encima de la mesa fuera del montón. Si la carta que ahora se ve en el montón tiene más puntos se pondrá justo a la derecha de la carta que ya está fuera del montón y, si tiene menos, se pondrá justo a su izquierda; formando una fila. No se pueden mover las cartas que forman esa fila. Si la siguiente carta del montón no se pudiera colocar en esa fila se quitaría del montón. El juego termina cuando se acaban las cartas del montón y se trata de conseguir hacer una fila con todas las que haya en el montón.

7. A partir de una carta en la que se muestran sus puntos tendrán los niños que mostrar el número de otra carta: que tenga más puntos; menos puntos.

8. A partir de una carta en la que se muestra su número tendrán los niños que mostrar el número de otra carta: que tenga más puntos; menos puntos.

9. A partir de una carta en la que se muestran sus puntos tendrán los niños que mostrar esa misma cantidad de puntos con otras dos cartas.

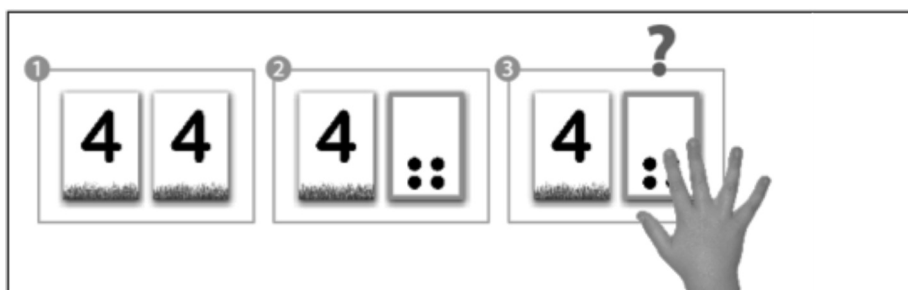
10. A partir de una carta en la que se muestra el número tendrán los niños que mostrar la misma cantidad de puntos que ese número representa, con otras dos cartas.

11. Descubrir los puntos que faltan.

Tenemos dos cartas de cada número. Elegimos un número cualquiera, supongamos por ejemplo el 4. En primer lugar, ponemos las dos cartas de tal forma que se vean los números para que observen que son iguales. Después daremos la vuelta a una de ellas; en una de las cartas se verán los puntos y, en la otra, se verá el número. Con la carta en la que se ve el número taparemos una de las columnas de puntos y preguntaremos por los puntos que hemos tapado. Jugaremos después con cualquier otro par distinto de cartas iguales sin que se vea lo que hemos tapado.

Figura 5. Asociación cantidad y guarismo. Complementariedad.

Fuente: AKROS (Guía del material. Referencia: 30696).



3.2.2 Cartas Ladrillo

- 1. Emparejar las cartas con la misma suma.**
- 2. Ordenar cartas con distinta suma atendiendo al resultado; según criterio.**
- 3. Clasificar, en función del criterio, las cartas suma.**
- 4. Emparejar la carta de un número con la carta de su suma (y viceversa).**

Posible juego. Tapar un sumando de una carta suma y averiguar todos los números posibles a los que puede corresponder esa carta; así, por ejemplo: si cojo una de esas cartas y, de una suma enseño solo el 3 y tapo el otro sumando, el número de la carta puede ser: 6 (por $3+3$); 7 (por $4+3$); 5 (por $3+2$). Así que, puedo pedir que me enseñen todas las cartas con los posibles números en los que 3 es un sumando. Después puedo ir dando pistas, para que adivinen el número exacto: es mayor que 6; luego, solo puede ser 7. Nosotros

tenemos un juego de cartas y los niños tienen el otro juego, para que puedan autocorregirse.

5. Ordenar cartas.

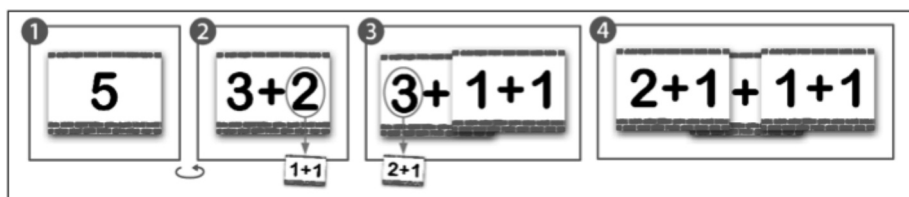
Posible juego. Tapar un sumando de una carta suma y pedir a los niños que nos enseñen la carta de un número mayor/menor que el número de nuestra carta. Si yo tapo el sumando 3 de $(3 + 3)$, una carta segura, de un número mayor al que yo tengo, es 8.

6. Descomposición-composición.

Se trabaja con los dos sets de cartas. Se nombra un número cualquiera. Se busca la carta de ese número y se le da la vuelta para trabajar con su suma. Se trata de tapar cada uno de esos sumandos con otras *cartas suma* que equivalgan a ellos; así, por ejemplo, si expreso «cinco» y al dar la vuelta a la carta del número 5 aparece $3 + 2$, podremos poner la carta $1 + 1$ (tapando el dos) y, la carta $2 + 1$ (o $1 + 2$) (tapando el 3).

Figura 6. Descomposición, composición y equivalencias con el número 5.

Fuente: AKROS (Guía del material. Referencia: 30696).



Posible juego. Expresar jugando con las cartas: un número mayor que 3, con tres sumandos; un número mayor que 4 con 3 sumandos, con cuatro sumandos.

Posible juego. (Ejemplo) Expresar, jugando con las cartas: $2 + 3 + 3 + 2$, con 3 números; con dos números; con cinco números; con un solo número...

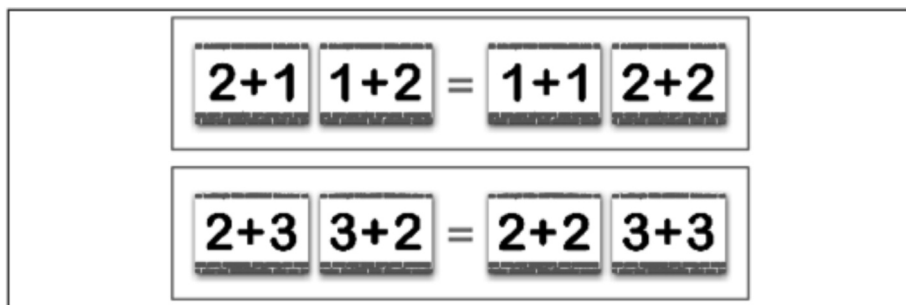
7. Orden y equivalencia.

Veo lo mismo que tengo, en un orden distinto. La actividad consiste en «ver lo mismo» cambiando dos *cartas suma* por otras dos distintas. Así, por ejemplo: veríamos lo mismo si las cartas « $(2 + 1)$ y $(1 + 2)$ » las cambiáramos

por las cartas «(1 + 1) y (2 + 2)»; «(2 + 3) y (3 + 2)», lo podrían cambiar por (3 + 3) y (2 + 2). Se utilizan siempre los dos sets (el mazo completo de cartas ladrillo).

Figura 7. Orden de los sumandos. Parejas equivalentes.

Fuente: AKROS (Guía del material. Referencia: 30696).

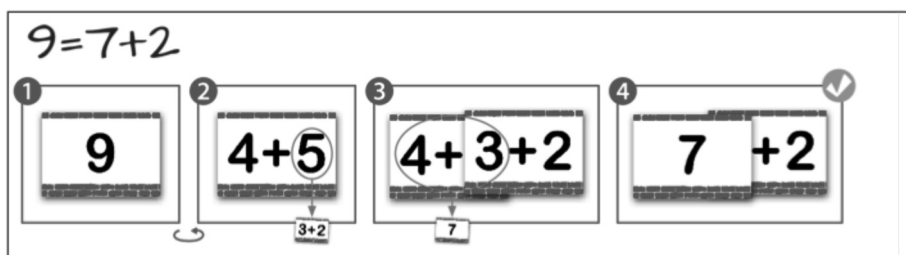


8. Propiedades y relaciones. Expresar un número como suma de otros dos cualesquiera.

Posible juego: «Cambio lo que veo: un número por dos, o dos números por uno». Se utiliza el mazo de cartas ladrillo completo (los dos sets). El juego consiste en plantear retos; así, por ejemplo: cambiar 9 por 7 + 2 (*hay que respetar el orden, en este caso no nos serviría si encontramos 2 + 7, aunque sepamos que su suma es 9. Debo jugar solo con lo que veo, y no con lo que sé*). Posible proceso de resolución: buscaríamos una carta número 9 y le daríamos la vuelta, supongamos que vemos (4 + 5), taparíamos el 5 con (3 + 2); por lo que veríamos: 4 + 3 + 2. Taparíamos el (4 + 3) con la carta 7, y habríamos conseguido (7 + 2).

Figura 8. Descomposición, composición y equivalencias con el número 9.

Fuente: AKROS (Guía del material. Referencia: 30696).



9. Representación matemática de situaciones sumativas en la vida real.

Posible juego. Se dicta una situación siempre de forma oral. Los niños jugarán con las cartas para responder a lo que se quiera saber. Así, por ejemplo, el adulto se expresará diciendo: «Tengo 3 euros en un bolsillo y 2 euros en otro. Se quiere saber con qué número puedo decir todos los euros que tengo en esos bolsillos». Los niños tendrán que enseñar la carta número 5, después de haber visto que esa carta es la que por detrás expresa: $3 + 2$.

10. Restar.

Jugamos a «En la carta número... qué aparece sumado con...» Así, por ejemplo: «En la carta número 3 qué aparece sumado con 2» Los niños utilizarán libremente las cartas para encontrar lo que se pide. Les enseñaremos a los niños que eso se expresa: $3 - 2 = 1$ y se lee «tres menos dos es igual a uno», porque $1 + 2$ es igual a 3. Posteriormente, les pediremos que jueguen con sus cartas para encontrar el resultado de: $7 - 4 =$; $9 - 4 =$; $10 - 5 =$; $6 - 3 =$...

Posible reto o desafío: $7 - 5 =$; Tengo que saber qué número sumado con 5 equivale a 7. Tengo que expresar 7 como ($5 +$ otro número). En la carta del 7 solo aparecen sumas con el 4 y el 3, por lo que tendré que jugar para conseguirlo. Busco una carta del número 7 y le doy la vuelta ($3 + 4$), cambio el 4 por ($2 + 2$); veo: $3 + 2 + 2$. Cambio ($3 + 2$) por 5; veo: $5 + 2$. El resultado es 2, porque $5 + 2$ es igual a 7. Así que $7 - 5 = 2$.

3.2.3 Cartas agua

1. Asociar una carta número con sus parejas de sumandos.

Posibles juegos:

- Encontrar el número al que corresponde una suma; así, por ejemplo: $6 + 3$; $7 + 1$...
- Coger los números donde no encontraríamos una determinada suma; así, por ejemplo: coge los números donde no está $9 + 1$; $7 + 2$...
- Jugando con una carta número, una persona dice un sumando y otra dice el sumando que falta. Así, por ejemplo: jugando con el 8, si yo digo 4, tú dices... (4); si yo digo 6, tú dices... (2)...

- Jugando con una carta número, una persona dice un sumando, como suma de dos números, y otra dice el sumando que falta, como suma de dos números. Así, por ejemplo: jugando con el 8, si yo digo $2 + 2$, tú dices... ($3 + 1$); si yo digo $5 + 1$, tú dices... ($1 + 1$)...

2. Expresar un número mayor que tres, como suma de más de dos sumandos.

Así, por ejemplo: expresar el número 6 con cuatro sumandos. Tomando la carta del número 6 podemos ver por detrás que 6 es igual, por ejemplo, a $4 + 2$. Tomando la carta del número 4, podemos ver que es igual a $1 + 3$. Tomando la carta del número 2 podemos ver que es igual a $1 + 1$. Jugando con las cartas agua, podemos expresar 6 con cuatro sumandos como $1 + 3 + 1 + 1$.

3. Encontrar el resultado de una suma de más de tres sumandos.

Así, por ejemplo: $1 + 1 + 3 + 2 + 2$. Busco, por ejemplo $1 + 1$ y encuentro en las cartas agua que es igual a 2. [$2 + 3 + 2 + 2$]. Busco $2 + 2$ y encuentro en las cartas agua que es igual a 4 [$2 + 3 + 4$]. Busco en las cartas agua $3 + 4$ y encuentro que es igual a 7 [$2 + 7$]. Busco en las cartas agua $2 + 7$ y encuentro que es igual a 9.

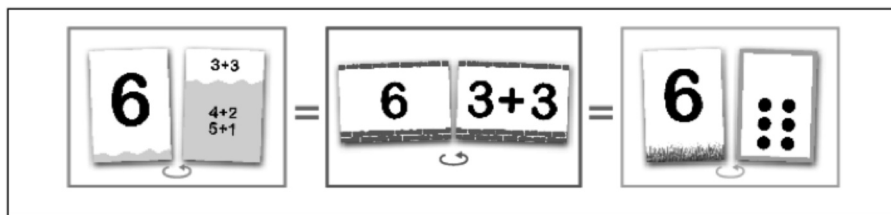
3.2.4 Cartas hierba, cartas ladrillo y cartas agua

1. Asociar una carta suma (ladrillo), con la carta puntos (verde) que corresponda.
2. Asociar una carta suma (ladrillo) con la carta puntos (verde) que corresponda, y con el número que representa de las cartas agua.
3. Tapando la suma que está sobre el agua de las cartas azules pedir que la encuentren con las cartas ladrillo (rojas).

Comprobarán dando la vuelta a ambas cartas.

Figura 9. Parejas de sumandos distintos de cero que equivalen a 6.

Fuente: AKROS (Guía del material. Referencia: 30696).

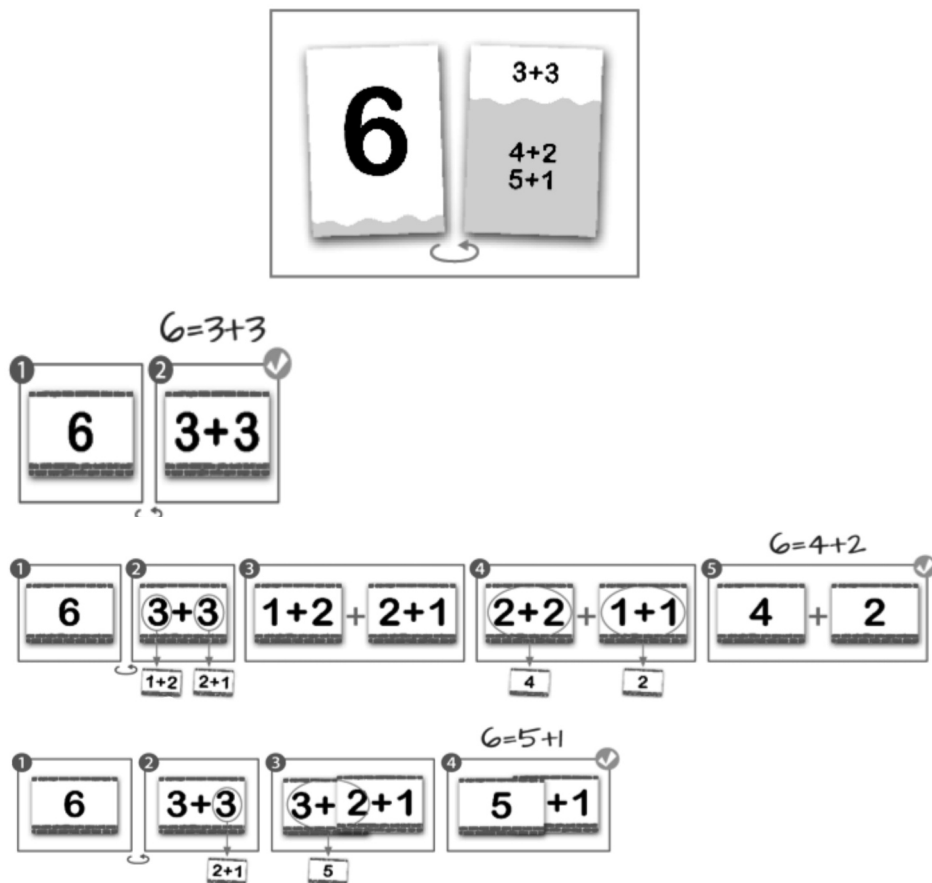


4. A partir de una carta número (agua) encontrar, todas sus parejas de sumandos, jugando con las cartas suma (ladrillo).

Así, por ejemplo, a partir de la *carta número* 6 (agua), tendríamos que encontrar jugando con las *cartas suma* (ladrillo): $3 + 3$; $4 + 2$; y, $5 + 1$.

Figura 10. Obtención de las parejas de sumandos que equivalen a 6, por descomposición, composición y equivalencias.

Fuente: AKROS (Guía del material. Referencia: 30696).



4. CONCLUSIÓN

La adquisición del concepto de número no es fácil para los niños. En la iniciación de su aprendizaje se encuentran con obstáculos de entendimiento y comprensión que deben salvarse con procedimientos didácticos bien diri-

gidos. Cuando el concepto de número no se adquiere bien se dificulta el alcance de un sentido y significado correcto de la numeración y las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir. El concepto de número es un conocimiento imprescindible. Desde muy pequeños enseñamos a los niños a contar (uno, dos, tres, cuatro, ...) Madres y maestros, abuelas y padres, maestras y abuelos, y hermanos y... nos iniciamos en una actividad que guiará a los niños en las primeras experiencias *numéricas*. Esta actividad de contar es sumamente necesaria, pero no es suficiente para desarrollar el aprendizaje del concepto de número. Cuánto más tiempo permanezca el niño en la etapa de conteo, más obstáculos tendrá el desarrollo de su pensamiento numérico y matemático.

Más allá de *contar* siempre, hay que utilizar otras estrategias lógicas más elaboradas y relaciones y propiedades superiores, que permitan el necesario avance intelectual para seguir aprendiendo Matemáticas.

El resultado experimentado que, al parecer tiene primordial importancia para los maestros, hace hincapié en el hecho de que la capacidad de un niño para contar y contar en la sucesión correcta, no es un criterio de su saber o capacidad aritmética. (Lawrence, Thearkistan y Isaacs, 1968, p. 51).

Existen numerosas investigaciones y estudios sobre el conteo y, aunque son muchos los autores que se cuestionan si la técnica de contar permite un correcto desarrollo del pensamiento numérico, no he encontrado durante este tiempo ningún estudio o investigación sobre algún proceso de desarrollo cognitivo para la adquisición del concepto de número, sin necesidad de contar. En este artículo presento la posibilidad de conseguirlo a través de la manipulación de un material que respeta tres principios básicos para desarrollar el *pensar numérico* (Fernández Bravo, 2012, 2014):

- Principio de generación.
- Principio de asignación.
- Principio de relación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akros. (2017). *Guía de uso para el material descubre los números*. (Referencia 30696) Recuperado de <https://akroseducational.es/> [Consulta: 10/10/2018].
- Ansari, D., y Karmiloff-Smith, A. (2002). Atypical trajectories of number development: a neuroconstructivist perspective. *Trends in cognitive sciences*, 6(12), 511-516.
- Baroody, A. (1988). *Educación infantil, contenidos, procesos y experiencias*. Madrid: Narcea.
- Baroody, A. (1994). *El pensamiento matemático de los niños: un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Antonio Machado.
- Bermejo, V., y Lago, O. (1991). *Aprendiendo a contar. Su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos*. Madrid: CIDE.
- Brissiaud, R. (1993). *El aprendizaje del cálculo: más allá de Piaget y de la teoría de los conjuntos*. Madrid: Visor.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: MacMillan.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2001). Précis of the Number Sense. *Mind and Language*, 16(1), 16-36.
- Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., y Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trends in Cognitive Sciences*, 2, 355-361.
- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L., y Wilson, A. J. (2004). Arithmetic and the brain. *Current opinion in neurobiology*, 14, 218-224.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., y Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive neuropsychology*, 20(3/4/5), 487-509.
- Dehaene, S., y Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, 29, 1045-1075.
- Dehaene, S., y Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1(1), 83-120.
- Dehaene, S., y Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33, 219-250.
- Dienes, Z. P., y Golding, E. W. (1966). *Los primeros pasos en las matemáticas 2: Conjuntos, números y potencias*. Barcelona: Teide.

- Fernández Bravo, J. A. (2010). Neurociencias y enseñanza de la matemática. Prólogo de algunos retos educativos. *Revista Iberoamericana de Educación (RIE)*, 51(3). Recuperado de file:///C:/Users/Biblioteca/Downloads/3128FdezBravo.pdf [Consulta: 10/10/2018].
- Fernández Bravo, J. A. (2011). La inestabilidad de la normalidad del error en la actividad escolar. ¿Cuánto de error tienen los errores que cometen los alumnos? *Educación y Futuro*, 24, 181-203.
- Fernández Bravo, J. A. (2012). *Desarrollo del pensamiento lógico y matemático. El concepto de número y otros conceptos*. Madrid: Grupo Mayéutica.
- Fernández Bravo, J. A. (2013). *Didáctica de la matemática en la educación infantil*. (5ª Ed.) Madrid: Grupo Mayéutica.
- Fernández Bravo, J. A. (2015). *Enséñame a contar y... a no contar*. Madrid: Grupo Mayéutica.
- Fernández Bravo, J. A. (2016). *El número de dos cifras: investigación didáctica e innovación educativa*. Madrid: CCS.
- Fernández Bravo, J. A. (2017). *La numeración y las cuatro operaciones matemáticas*. Madrid: CCS.
- Frege, G. (1972). *Conceptografía. Los Fundamentos de la Aritmética: otros estudios filosóficos*. México: UNAM.
- Gelman, R., y Meek, E. (1983). Preschooler's counting: principles before skill. *Cognition*, 13, 343-360.
- Goutard, M. (1966). *Las matemáticas y los niños*. Madrid: Cuisenaire de España.
- Groen, G., y Resnick, L. B. (1977). Can preschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology*, 69, 645-652.
- Hungens, M. (1987). *Los niños y los números: Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Planeta.
- Kamii, C. (1995). *El número en la educación preescolar*. Madrid: Visor.
- Kamii, C., Rummelsburg, J., y Kari, A. (2005). Teaching arithmetic to low-performing, low-SES first graders. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(1), 39-50.
- Lawrence, E., Thearkistan, T. R., y Isaacs, N. S. (1968). *La comprensión del número y la educación progresiva del niño según Piaget*. Barcelona: Paidós.
- Martínez, J., Bujanda, M. P., y Velloso, J. M. (1981). *Matemáticas-1 escuelas universitarias de profesorado de EGB*. Valladolid: SM.
- Mialaret, G. (1967). *Pedagogía de la iniciación en el cálculo*. Buenos Aires: Kapelusz.

- Oyarzun C. (2005). La habilidad de contar: el fundamento cognitivo del concepto de número y la resolución de problemas verbales aritméticos. *REXE: Revista de estudios y experiencias en educación*, 4(8), 139-152.
- Piaget, J. Y., y Szeminska, A. (1941). *Le génese du nombre chez l'enfant*. Neuchatel: Delachaux et Niestlé.
- Sánchez Huete, J. C., y Fernández Bravo, J. A. (2010). *La enseñanza de la Matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas*. Madrid: CCS.
- Skemp, R. R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Starkey P., y Cooper R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210, 103-35.
- Starkey, P. (1992). The early development of numerical reason. *Cognition*, 43, 93-126.
- Wilson, J., Robeck, M. C., y William B. M. (1969). *Fundamentos psicológicos del aprendizaje y la enseñanza*. Madrid: Anaya.
- Wynn, K. (1998). Psychological foundations of number: numerical competence in human infants. *Trends in Cognitive Sciences*, 2, 296-303.

CITA DE ESTE ARTÍCULO (APA, 6ª ED.):

Fernández Bravo, J. A. (2019). Descubre los números y su descomposición. Material manipulativo. Cartas para desarrollar el sentido numérico. *Educación y Futuro: Revista de investigación aplicada y experiencias educativas*, 40, 197-221.